ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵙⵏⵓⵍⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 24

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية................................(4 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات و حساب الاحتمالات..............(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.................................(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل...(6 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل ....(4 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (4 نقط)

الجزء الأول: نزود $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي:

$$\left(\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2\right) \qquad x*y=x+y-e^{xy}+1$$

0.25 1-أ) بين أن القانون $*$ تبادلي في $\mathbb{R}$

0.5 ب) بين أن القانون $*$ يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده.

0.5 2- علما أن المعادلة: $(E)\ :\ 3+x-e^{2x}=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين مختلفين α و β ،
بين أن القانون $*$ غير تجميعي.

الجزء الثاني: نذكر أن $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),+,\times\right)$ حلقة غير تبادلية و واحدية وحدتها $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

و أن $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),+,.\right)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $\left(\mathbb{C}^*,\times\right)$ زمرة تبادلية.

لكل x و y من $\mathbb{R}$ ،نضع: $M(x,y)=\begin{pmatrix}x&-2y\\ \frac{y}{2}&x\end{pmatrix}$ و ليكن $F=\left\{M(x,y)/(x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}$

0.5 1- بين أن F فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي الحقيقي $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),+,.\right)$

0.5 2- بين أن F جزء مستقر من $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),\times\right)$

3- نعتبر التطبيق φ من $\mathbb{C}^*$ نحو F الذي يربط كل عدد عقدي $x+iy$ (حيث x و y عددان حقيقيان) بالمصفوفة $M(x,y)$

0.5 أ) بين أن φ تشاكل من $\left(\mathbb{C}^*,\times\right)$ نحو $(F,\times)$.

0.25 ب) نضع: $\mathrm{F}^*=\mathrm{F}-\left\{\mathrm{M}(0,0)\right\}$. بين أن: $\varphi\left(\mathbb{C}^*\right)=\mathrm{F}^*$

0.25 ج) بين أن $\left(\mathrm{F}^*,\times\right)$ زمرة تبادلية.

0.75 4- بين أن $(F,+,\times)$ جسم تبادلي.

التمرين الثاني: (3 نقط)

0.5 I -1- ليكن a من $\mathbb{Z}$. بين أنه إذا كان a و 13 أوليان فيما بينهما فإن: $a^{2016}\equiv 1\ [13]$

-2- نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة: (E): $x^{2015}\equiv 2\ [13]$ وليكن x حلا للمعادلة (E)

0.5 أ) بين أن x و 13 أوليان فيما بينهما.

0.5 ب) بين أن: $x\equiv 7\ [13]$

0.5 -3- بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $\mathrm{S}=\left\{7+13\mathrm{k}\,/\,\mathrm{k}\in\mathbb{Z}\right\}$

II- نعتبر صندوقا U يحتوي على خمسين (50) كرة مرقمة من 1 إلى 50 .(الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس)

0.5 1- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق. ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

0.5 2- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ،نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق.نكرر هذه التجربة ثلاث مرات.

R

ما هو احتمال الحصول مرتين بالضبط على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(E):\ z^2-(1+i)z+2+2i=0$

0.25 1-أ) تحقق أن $(1-3i)^2$ هو مميز المعادلة (E)

0.5 ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) في المجموعة $\mathbb{C}$ (نأخذ z_1 تخيلي صرف)

0.5 ج) بين أن: $\frac{z_1}{z_2}=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر .

نعتبر النقطة A التي لحقها z_1 و B النقطة التي لحقها z_2

0.25 أ) حدد العدد العقدي e لحق النقطة E منتصف القطعة $[AB]$

0.5 ب) ليكن r الدوران الذي مركزه A وقياس زاويته $\left(\frac{-\pi}{2}\right)$

وليكن c لحق النقطة C صورة النقطة E بالدوران r. بين أن: $c=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i$

1 ج) نعتبر D النقطة ذات اللحق $d=1+\frac{3}{2}i$.

بين أن العدد $\left(\frac{c-z_1}{z_2-z_1}\right)\times\left(\frac{z_2-d}{c-d}\right)$ حقيقي ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

التمرين الرابع: (6 نقط)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f_n(x)=\frac{1}{1+e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 1- أ)أحسب $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f_n(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجتين المحصل عليهما.

0.75 ب) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $f_n'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.25 ج)بين أن الدالة f_n تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

0.5 2- أ) بين أن النقطة $I_n\left(n,\frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى (C_n)

0.5 ب)أنشئ المنحنى (C_1) .

R

ج) أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_1) والمستقيمات: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$	0.75
3- أ) لكل n من $\mathbb{N}^*$، بين أن المعادلة : $f_n(x)=x$ تقبل حلا وحيدا u_n في المجال $]0,n[$	0.75
ب) بين أن: $f_{n+1}(x)<f_n(x) \quad (\forall x\in\mathbb{R}) \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$	0.5
ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ تناقصية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة.	0.75
د) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	0.5

التمرين الخامس:(4 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي: $g(x)=\int_x^{3x}\frac{cos\,t}{t}dt$	
1- بين أن الدالة g زوجية.	0.5
2- بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم أحسب $g'(x)$ من أجل $x>0$	0.75
3-أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، تحقق أن: $\int_x^{3x}\frac{cos\,t}{t}dt=\frac{sin3x-3\,sin\,x}{3x}+\int_x^{3x}\frac{sin\,t}{t^2}dt \quad (\forall x>0)$	0.5
ب) بين أنه لكل x من المجال $]0,+\infty[$ لدينا: $\lvert g(x)\rvert\leq\frac{2}{x}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$	0.75
4-أ) بين أن : $0\leq\int_x^{3x}\frac{1-cos\,t}{t}dt\leq 2x \quad (\forall x>0)$ (لاحظ أن: $1-cos\,t\leq t \quad (\forall t>0)$)	0.5
ب) تحقق أن: $g(x)-ln3=\int_x^{3x}\frac{cos\,t-1}{t}dt \quad (\forall x>0)$	0.5
ج) استنتج: $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$	0.5

انتهى

R