

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{re} ANNEE DU CYCLE PREPARATOIRE
24 Juillet 2009
Epreuve de Mathématiques

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

CALCULATRICE NON AUTORISEE

1) Soit L une liste d'entiers relatifs consécutifs dont le premier terme est -22 et le dernier terme est noté par x. $L = \{-22, \dots, x\}$ Si la somme de tous les éléments de L est égale à 72 alors x =	a) -72 ☒ b) 25 c) 22
2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n e^n}{\pi^{n+1}} =$	a) $1/\pi$ ☒ b) 0 c) n'existe pas
3) Soit $X_n = \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{e^{k+1}}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n =$	a) $+\infty$ b) $\frac{1}{e-2}$ ☒ c) $\frac{2}{e(e-2)}$
4) On considère un carré C_0 dont les côtés mesurant a cm. Soit C_1 le carré inscrit dans C_0 dont les sommets sont les milieux des côtés de C_0 . Nous procédons de la même manière et nous formons une famille infinie de carrés (C_i) tel que C_{i+1} est le carré inscrit dans C_i dont les sommets sont les milieux des côtés de C_i . La somme totale des périmètres des carrés C_i est égale à	☒ a) $4a(2+\sqrt{2})$ b) $4a(1+\sqrt{2})$ c) 4a
5) Soit $w_n = \sum_{p=2}^n \frac{1}{p^2 - 1}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n =$	☒ a) 3/2 b) 3/4 c) $+\infty$
6)	

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite numérique à termes strictement positifs ($u_n > 0$) vérifiant $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq k$, $\forall n \in \mathbb{N}$ avec k est une constante strictement inférieure à 1. ($k < 1$). On définit la suite $(V_n)_{n \geq 0}$ définie par $V_n = \sum_{k=0}^n u_k$ On considère les assertions suivantes: (I) $(u_n)_n$ est bornée (II) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ (III) $(V_n)_n$ est convergente Laquelle (lesquelles) des assertions est (sont vraies) ?	a) Seulement I X b) Seulement I et II c) I, II et III .
7) $\int_0^{\pi/3} \frac{1}{(9 + \tan^2 x) \cos^2 x} dx$	a) $\frac{\pi}{9}$ X b) $\frac{\pi}{18}$ c) $\frac{1}{3} \arctg \frac{1}{3}$
8) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctg \pi x}{x} =$	X a) π b) 1 c) 0
9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 3x}{3x^2} =$	a) 1 b) $\frac{1}{3}$ X c) 3
10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{\pi/4}^{\pi/4+h} \frac{1}{\tan x} dx =$	a) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ aucune réponse juste b) $\sqrt{2}$ c) 0
11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{\pi} x}{1 - \cos \pi x} =$	a) $\sqrt{\pi}$ aucune réponse juste b) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ c) 0
12) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}$	a) $\frac{\pi}{6}$ X b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{1}{6}$
13) La surface formée par la courbe de $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$ et par les droites $x = 1$ et $x = e^2$ est égale à	

	X a) $\ln 3$ b) $\ln(e^2 + 1) - \ln 2$ c) $e^2 - 1$
Soit $(U_n)_{n \geq 3}$ la suite définie par 14) $U_n = \int_e^x \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$ Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n =$	a) $+\infty$ Xb) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2e^2}$
15) Soit $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{u^2} du$, alors la tangente à la courbe de g en $x = 1$ admet pour équation	Xa) $y = \frac{3e}{2}(x-1)$ b) $y = ex - (e+1)$ c) Les données sont insuffisantes pour la déterminer
16) $\int \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx =$	a) $\ln\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) + K$ b) $-\ln(\cos \sqrt{x}) + K$ Xc) $\ln\left(\frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}}\right) + K$; ($K$ une constante)
17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1} =$	Xa) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $+\infty$
18) Soit $B = \{i, j, k\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$. On considère les familles suivantes $E = \{i+j, i+k, j+k\}$ $N = \{i, j+k, i+j+k\}$ $S = \{i, 2j, 3k\}$ $A = \{i, 2j-k, j\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Aucune b) Seulement S Xc) Seulement E, S et A
19) Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x+2y-z=0\}$. Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?	a) $\{(1,0,1);(0,1,2)\}$ Xb) $\{(0,1,2);(1,0,2);(1,2,0)\}$ c) $\{(0,1,2)\}$
20) On considère les ensembles suivants $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y = 0\}$ $N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x+y+z=1\}$ $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}$ $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x+y+z=0\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$?	Xa) Seulement E et A b) Seulement N et S c) Tous (E, N, S et A)

21) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 = A + 3I_n$ (I_n est la matrice identité) On considère les égalités suivantes (I) $\det A = 0$ (II) $A^{-1} = 3I_n - A$ (III) $\det A \neq 0$ (IV) $A^{-1} = \frac{1}{3}(A - I_n)$ Alors	a) (II) et (III) sont vraies ☒ b) (III) et (IV) sont vraies c) (I) et (IV) sont vraies
22) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 - A - I_n = 0_n$ (I_n est la matrice identité et 0_n est la matrice nulle) Alors $\det(A - I_n) =$	a) $\det(A) - 1$ b) $\sqrt{\det(A)}$ ☒ c) $\frac{1}{\det(A)}$
23) Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ une matrice carrée d'ordre n. On appelle la Trace de A notée par $\text{Tr}(A)$ le nombre $\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$ Alors $\text{Tr}(A + I_n) =$	☒ a) $\text{Tr}(A) + n$ b) $n\text{Tr}(A)$ c) $\text{Tr}(A) + 1$
24) Si $\int_0^x h(t)dt = x \ln(1 + x^2)$ alors $h(1) =$	a) $\ln 2$ ☒ b) $1 + \ln 2$ c) Les données sont insuffisantes
25) $\int \sin(\ln x) dx =$	a) $\frac{e^x}{2} [\sin x - \cos x] + K$ ☒ b) $\frac{x}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + K$ c) $\frac{\cos(\ln x)}{x} + K;$ K une constante